

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Директор физтех-школы  
прикладной математики и  
информатики  
А.М. Райгородский**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Теория игр. Часть 2
<b>по направлению:</b>	Прикладная математика и информатика
<b>профиль подготовки:</b>	Анализ данных в экономике Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра дискретной математики
<b>курс:</b>	2
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 4 (весенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 75 час.

Всего часов: 135, всего зач. ед.: 3

Программу составил: Д.Г. Ильинский, ассистент

Программа обсуждена на заседании кафедры дискретной математики 12.02.2024

## Аннотация

Теория игр — прикладной раздел математики, метод изучения оптимальных стратегий в играх. Это вторая часть из двух спецкурсов по теории игр. В нём рассказывается о различных историях, в которых те или иные общественные явления моделируются при помощи игровых моделей. Разные сюжеты слабо связаны между собой и могут изучаться независимо друг от друга.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

- ознакомить слушателей с основными понятиями и результатами некооперативной и кооперативной теории игр. Центральное место в курсе занимает понятие равновесие Нэша, секвенциальное равновесие, а также понятие ядра в кооперативных играх с побочными платежами.

#### Задачи дисциплины

- освоение студентами базовых знаний (понятий, концепций, методов и моделей) в теории игр;
- приобретение теоретических знаний и практических умений и навыков в теории игр;
- оказание консультаций и помощи студентам в проведении собственных теоретических исследований в теории игр.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
	УК-1.5 Определяет и оценивает практические последствия возможных вариантов решения задачи
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов
ОПК-2 Способен использовать современные информационные технологии и программные средства при решении задач профессиональной деятельности, соблюдая требования информационной безопасности	ОПК-2.1 Способен применять современные вычислительную технику и сервисы сети Интернет в области (сфере) профессиональной деятельности
	ОПК-2.2 Знает и умеет применять численные математические методы и прикладное программное обеспечение для решения научных задач в профессиональной области
	ОПК-2.3 Знает основные требования информационной безопасности
ОПК-3 Способен составлять и оформлять научные и (или) технические (технологические, инновационные) отчеты	ОПК-3.1 Знает основные правила оформления научных публикаций и научно-технической документации, в том числе с использованием прикладного программного обеспечения
	ОПК-3.2 Владеет на практике методологией составления научно-технических отчетов (проектов)

(публикации, проекты)	ОПК-3.3 Владеет методами визуального и графического представления результатов научной (научно-технической, инновационной технологической) деятельности в виде отчетов, научных публикаций
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-2 Способен самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого коллектива организовывать и проводить научные исследования и их апробацию	ПК-2.1 Знает принципы построения научной работы, методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации
	ПК-2.2 Способен планировать и проводить научные исследования самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого научного коллектива
	ПК-2.3 Способен проводить апробацию результатов научно-исследовательской работы посредством публикации научных статей и участия в конференциях

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- фундаментальные понятия, законы, теории игр;
- современные проблемы соответствующих разделов теории игр;
- понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть цикла теории игр;
- основные свойства соответствующих математических объектов;
- аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач теории игр.

уметь:

- понять поставленную задачу;
- использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач;
- оценивать корректность постановок задач;
- строго доказывать или опровергать утверждение;
- самостоятельно находить алгоритмы решения задач, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- самостоятельно видеть следствия полученных результатов;
- точно представить математические знания в топологии в устной и письменной форме.

владеть:

- навыками освоения большого объема информации и решения задач ( в том числе сложных);
- навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов;
- предметным языком топологии и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Задача о справедливом дележе.	6	6		15
2	Задача об устойчивых паросочетаниях.	6	6		15
3	Теория аукционов. Аукционы первой и второй цены.	6	6		15
4	Теория общественного выбора. Правило Кондорсе.	6	6		15
5	Теорема Мэя. Теорема Эрроу. Теорема Джиббарда–Саттертвэйта.	6	6		15
Итого часов		30	30		75
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		135 час., 3 зач.ед.			

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

##### Семестр: 4 (Весенний)

##### 1. Задача о справедливом дележе.

Задача о пропорциональном представительстве. Парадоксы Алабамы, населения и нового штата. Правило Гамильтона и правила со знаменателями. Теорема Балинского–Янга о невозможности построения правила, свободного от парадоксов и соблюдающего принцип квоты.

##### 2. Задача об устойчивых паросочетаниях.

Моделирование потоков в сетях. Равновесие Нэша–Уордропа. Пример Пигу и парадокс Браесса. Цена анархии. Дискретная модель, пример Авербуха–Азара–Эпштейна.

##### 3. Теория аукционов. Аукционы первой и второй цены.

Задача о коллективной ответственности.

##### 4. Теория общественного выбора. Правило Кондорсе.

Задача об устойчивых разбиениях на юрисдикции. Коалиционная и миграционная концепции устойчивости.

##### 5. Теорема Мэя. Теорема Эрроу. Теорема Джиббарда–Саттертвэйта.

Теоретико-игровые модели формирования социальных сетей.

#### 5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, оснащенная компьютером и мультимедийным оборудованием (проектор, звуковая система).

#### 6.Перечень рекомендуемой литературы

#### Основная литература

1. Основы теории игр, Электронная версия печатной публикации / Л. В. Колобашкина. — Москва, Лаборатория знаний, 2021

#### Дополнительная литература

### **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

<http://dm.fizteh.ru/>

### **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

На лекционных занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций.

В процессе самостоятельной работы обучающихся возможно использование таких программных средств, как Mathcad, MATLAB, Maple и др.

### **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Успешное освоение дисциплины требует:

- посещения студентом всех видов аудиторных занятий;
- ведения конспекта в ходе лекционных занятий;
- качественной самостоятельной подготовки к практическим занятиям, активной работы на них;
- активной самостоятельной и аудиторной работы студента;
- своевременной сдачи преподавателю заданий по аудиторным видам работ.

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

**по направлению:** Прикладная математика и информатика  
**профиль подготовки:** Анализ данных в экономике  
Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики  
кафедра дискретной математики  
**курс:** 2  
**квалификация:** бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 4 (весенний) - Дифференцированный зачет

**Разработчик:** Д.Г. Ильинский, ассистент

# 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
	УК-1.5 Определяет и оценивает практические последствия возможных вариантов решения задачи
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов
ОПК-2 Способен использовать современные информационные технологии и программные средства при решении задач профессиональной деятельности, соблюдая требования информационной безопасности	ОПК-2.1 Способен применять современные вычислительную технику и сервисы сети Интернет в области (сфере) профессиональной деятельности
	ОПК-2.2 Знает и умеет применять численные математические методы и прикладное программное обеспечение для решения научных задач в профессиональной области
	ОПК-2.3 Знает основные требования информационной безопасности
ОПК-3 Способен составлять и оформлять научные и (или) технические (технологические, инновационные) отчеты (публикации, проекты)	ОПК-3.1 Знает основные правила оформления научных публикаций и научно-технической документации, в том числе с использованием прикладного программного обеспечения
	ОПК-3.2 Владеет на практике методологией составления научно-технических отчетов (проектов)
	ОПК-3.3 Владеет методами визуального и графического представления результатов научной (научно-технической, инновационной технологической) деятельности в виде отчетов, научных публикаций
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-2 Способен самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого коллектива организовывать и проводить научные исследования и их апробацию	ПК-2.1 Знает принципы построения научной работы, методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации
	ПК-2.2 Способен планировать и проводить научные исследования самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого научного коллектива

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Теория игр. Часть 2» обучающийся должен:

### знать:

- фундаментальные понятия, законы, теории игр;
- современные проблемы соответствующих разделов теории игр;
- понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть цикла теории игр;
- основные свойства соответствующих математических объектов;
- аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач теории игр.

### уметь:

- понять поставленную задачу;
- использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач;
- оценивать корректность постановок задач;
- строго доказывать или опровергать утверждение;
- самостоятельно находить алгоритмы решения задач, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- самостоятельно видеть следствия полученных результатов;
- точно представить математические знания в топологии в устной и письменной форме.

### владеть:

- навыками освоения большого объема информации и решения задач ( в том числе сложных);
- навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов;
- предметным языком топологии и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Оценка за курс складывается из двух компонентов: решения домашних заданий и письменной контрольной. В домашних заданиях даётся в среднем по одной задаче на тему каждой лекции. На контрольной даются задачи по всем разделам курса. Могут даваться тестовые вопросы с ответом вида «да или нет».

Примеры задач из домашнего задания:

1. Пусть имеется 6 женщин и 4 мужчины. Оцените сверху количество устойчивых паросочетаний, которые могут возникнуть при произвольном полном упорядочивании.
2. Предложите протокол деления без локальной зависти для данной структуры социальной сети.
3. Определены некоторые свойства правил общественного выбора. Установите, из каких из них следуют какие другие.
4. Определены некоторые правила выбора комитетов. Установите, из каких из них следуют какие другие.

Примеры задач из контрольной:

1. Дан некоторый протокол раздела пирога.
  - а) Какую долю пирога может гарантировать себе каждый из участников?
  - б) В каком наибольшем числе направлений может возникнуть зависть?
2. Дан некоторый набор предпочтений для задачи о расселении по комнатам. Проведите алгоритм Ирвинга и установите его результат.
3. Дан некоторый протокол принятия решений в задаче о справедливом разделе общественных благ. Какими свойствами (например, пропорциональностью) будет обладать этот протокол?



4. Дан набор альтернатив, избирателей и их предпочтений альтернативах. Каким будет исход выбора альтернативы/комитета для данного правила?

#### **4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся**

1. Задача о справедливом дележе. Условия пропорциональности, отсутствия зависти и др. Протоколы дележа: дискретные и с движущимися ножами. Справедливый делёж в социальной сети.
2. Задача об устойчивых паросочетаниях. Алгоритм Гейла-Шепли. Свойства множества устойчивых паросочетаний. Теорема о деревенских больницах. Обобщение на случай распределения студентов в общежитии.
3. Теория аукционов. Аукционы первой и второй цены. Проклятие победителя. Теорема Викри.
4. Теория общественного выбора. Правило Кондорсе. Правило Борда. Теорема Мэя. Теорема Эрроу. Теорема Джиббарда–Саттертвэйта.
5. Задача о пропорциональном представительстве. Парадоксы Алабамы, населения и нового штата. Правило Гамильтона и правила со знаменателями. Теорема Балинского–Янга о невозможности построения правила, свободного от парадоксов и соблюдающего принцип квоты.
6. Моделирование потоков в сетях. Равновесие Нэша–Уордропа. Пример Пигу и парадокс Браесса. Цена анархии. Дискретная модель, пример Авербуха–Азара–Эпштейна.
7. Задача о коллективной ответственности
8. Задача об устойчивых разбиениях на юрисдикции.
9. Коалиционная и миграционная концепции устойчивости.
10. Теоретико-игровые модели формирования социальных сетей.

Примеры билетов:

Билет 1.

1. Парадоксы Алабамы, населения и нового штата. Правило Гамильтона и правила со знаменателями.
2. Задача о коллективной ответственности.

Билет 2.

1. Условия пропорциональности, отсутствия зависти и др. Протоколы дележа: дискретные и с движущимися ножами.
2. Задача об устойчивых разбиениях на юрисдикции.

#### **Критерии оценивания**

- оценка «отлично (10)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;
- оценка «отлично (9)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;
- оценка «отлично (8)» выставляется студенту, показавшему всесторонние систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, и правильное обоснование принятых решений;
- оценка «хорошо (7)» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (6)» выставляется студенту, если он знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (5)» выставляется студенту, если он знает материал, и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;

- оценка «удовлетворительно (4)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «удовлетворительно (3)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет фрагментарно основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач;
- оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется студенту, который не знает формулировок основных понятий дисциплины.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

При проведении дифференцированного зачета обучающемуся предоставляется 60 минут на подготовку. Опрос обучающегося по билету на зачете не должен превышать двух астрономических часов. Во время проведения дифференцированного зачета обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины.